

Elektrotehnika i elektronika - I test

grupa 2

Teorijska pitanja:

P1. Iskazati Kulonov zakon u vektorskom obliku [2]. Navesti osnovne uslove elektrostatičke ravnoteže provodnog tela [2]. Kako se definiše energija kondenzatora [2]?

P2. Kako glasi Gausov zakon [2]? Odrediti vektor jačine polja oko tanke, usamljene, metalne ravni naelektrisanе naelektrisanjem površinske gustine $-\sigma$ [3]. Gotova formula se ne boduje !

P3. Šta je polarizacija dielektrika [1]? Kako se definišu vektori \mathbf{P} i \mathbf{D} [2]? Iskazati granične uslove [2] na razdvojnoj površi dva homogena, linearna dielektrika.

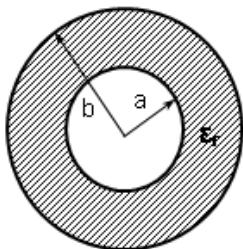
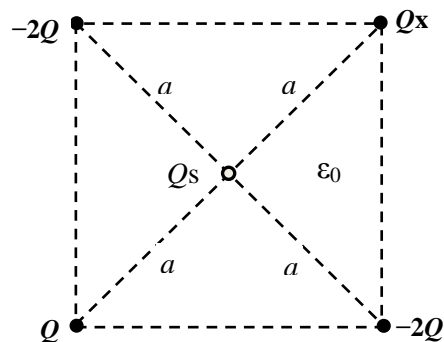
P4. Definirati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [1]. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2]. Džulov zakon [2].

Zadaci:

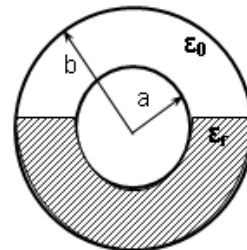
Z1. Tri puntkualna naelektrisanja leže u tri temena kvadrata dijagonale $2a$, kao na slici. Sredina je vakuum. Odrediti:

- Punktualno naelektrisanje Q_x u četvrtom temenu kvadrata tako da potencijal električnog polja u centru kvadrata bude nula [2].
- Vektor jačine električnog polja u centru kvadrata [2].
- Odrediti vektor Kulonove sile \mathbf{F} koja deluje na tačkasto naelektrisanje Q_s koje je naknadno uneto u centar kvadrata [2].

Podaci: $Q = -Q_s = 0.1$ [nC], $a = 4.5$ [cm] i $\epsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi$ [F/m] .



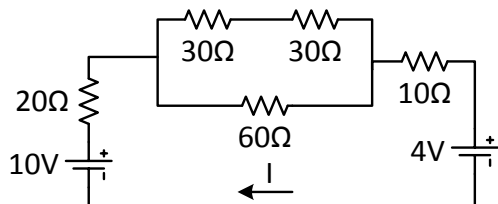
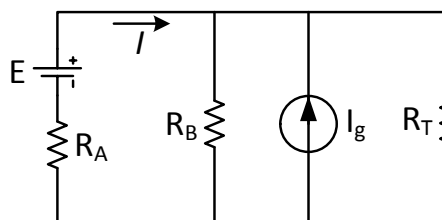
Z2. Sforni kondenzator (slika levo) u potpunosti je ispunjen tečnim, homogenim dielektrikom relativne permitivnosti ϵ_r . Odrediti kapacitivnost ovog kondenzatora [3]. Zatim je kroz rupicu na spoljašnjoj elektrodi iscurila polovina dielektrika (slika desno). Odrediti novu kapacitivnost ovog kondenzatora [5]. **Podaci:** $a = 4$ [cm], $b = 5$ [cm], $\epsilon_r = 9$.



Z3. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike desno odrediti:

- struju I [2],
- snagu baterije E [2],
- snagu strujnog izvora I_g [2],
- snagu termičke disipacije na potrošaču R_T [2].

Podaci: $I_g = 6$ [A], $E = 12$ [V], $R_A = 2$ [Ω], $R_B = 2$ [Ω] i $R_T = 5$ [Ω].



Z4. Za kolo vremenski konstantne struje sa slike levo odrediti:

- jačinu struje I [2],
- napone na otpornicima od 30Ω [2],
- snagu termičke disipacije na otporniku od 60Ω [2],
- snagu obe baterije [2].

Z1. a) $V_0 = V_0(Q) + V_0(-2Q) + V_0(-2Q) + V_0(Q_x) = 0$, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} [Q - 2Q - 2Q + Q_x] = 0$ sledi

$Q_x = 3Q = 0.3nC$.

b) $\vec{E}_0 = \vec{E}_0(Q) + \vec{E}_0(-2Q) + \vec{E}_0(-2Q) + \vec{E}_0(3Q)$, zbog simetrije poništavaju se polja koja potiču od naelektrisanja $-2Q$. Polja od Q i $3Q$ se delimično kompenzuju, a rezultantno polje je

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Q}{a^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{10^{-9}}{(4.5 \cdot 10^{-2})^2} = 888.9 \text{ N/m}, \text{ pravac po dijagonali kvadrata, smer prema } Q.$$

c) $\vec{F}_s = \vec{E}_0 \cdot Q_s = -Q\vec{E}_0$, intenzitet je $F_s = QE_0 = 0.1 \cdot 10^{-9} \cdot 888.9 = 88.89 \text{ nN}$ po dijagonali kvadrata prema naelektrisanju Q_x .

Z2. Prvobitna kapac. $C = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{1/a - 1/b} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a} = 4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot 9 \cdot \frac{4 \cdot 5}{5-4} 10^{-2} = 20 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 200 \text{ pF}$

Primenom graničnih uslova sledi $E_0 = E_1 = E$. $D_0 = \epsilon_0 E$ u vazduhu i $D_1 = \epsilon_0\epsilon_r E$ u dielektriku.

Generalisani Gausov zakon $\oint_S D dS = Q$ daje $D_0 \cdot 2\pi r^2 + D_1 \cdot 2\pi r^2 = Q$ tj. $2\pi r^2 \epsilon_0 \cdot E(1 + \epsilon_r) = Q$,

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \frac{1}{r^2}, \text{ napon } U = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right).$$

Nova kapac. je $C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r)}{1/a - 1/b} = 2\pi\epsilon_0(1 + \epsilon_r) \frac{ab}{b-a} = 2\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (1+9) \cdot \frac{5 \cdot 4}{5-4} 10^{-2} = 111.11 \text{ pF}.$

Z3. Metodom napona čvorova dobija se $\left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_T}\right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E}{R_A}$. Rešavanjem

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot V_1 = 6 + \frac{12}{2}, V_1 = 10 \text{ [V]}. \text{ Struja } I = \frac{E - V_1}{R_A} = \frac{12 - 10}{2} = 1 \text{ [A]}, P_E = EI = 12 \cdot 1 = 12 \text{ [W]},$$

$$P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 10 \cdot 6 = 60 \text{ [W]}, P_T = \frac{V_1^2}{R_T} = \frac{10^2}{5} = 20 \text{ [W]}.$$

Z4. Ukupan otpor kola je

$$R_U = 20 + (30 + 30) \parallel 60 + 10 = 30 + \frac{60 \cdot 60}{60 + 60} = 30 + 30 = 60 \Omega.$$

a) Struja $I = \frac{10 - 4}{R_U} = \frac{6}{60} = 0.1 \text{ A}$

b) Naponi na otpornicima od 30Ω su jednaki i iznose po $U_{30} = 30 \cdot I/2 = 1.5 \text{ V}.$

c) Snaga disipacije na otporniku od 60Ω je $P_{60} = (I/2)^2 \cdot 60 = (0.05)^2 \cdot 60 = 150 \text{ mW}.$

d) $P_{10V} = 10I = 10 \cdot 0.1 = 1 \text{ W}, P_{4V} = -4I = -4 \cdot 0.1 = -0.4 \text{ W}$

